

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

название дисциплины

для студентов направления подготовки

01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

код и наименование специальности/направления (выбрать) подготовки

профиля

«Прикладная информатика»

код и наименование специализации/профиля(выбрать)

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2021 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки **01.03.02 - "Прикладная математика и информатика"**.

Программу составила:

_____ Н.Э. Клишпонт, доцент, к.ф.-м.н., доцент

Рецензент

Заведующий лаб. Математических методов ФИАЦ ФГБУ «НПО
«Тайфун», д.т.н Д. А. Камаев.

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных
кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»
_____ С.В. Ермаков

« ____ » _____ 2021 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

<i>Коды компетенций</i>	<i>Результаты освоения ООП Содержание компетенций*</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**</i>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ПК-2	Способность понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения школьной программы по алгебре, анализу и геометрии. Дисциплина

«Математический анализ» является одной из основ для изучения дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Комплексный анализ», «Функциональный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики».

Дисциплина изучается на I-II курсах в I, II и III семестрах.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид работы	Форма обучения (вносятся данные по реализуемым формам)					
	Очная			Заочная		
	Семестр			Курс		
	I	II	III	№ _	№ _	Всего
	Количество часов на вид работы:					
Контактная работа обучающихся с преподавателем						
Аудиторные занятия (всего)	96	96	64			
В том числе:						
<i>лекции (лекции в интерактивной форме)</i>	48	48	32			
<i>практические занятия (практические занятия в интерактивной форме)</i>	48	48	32			
<i>лабораторные занятия</i>						
Промежуточная аттестация						
В том числе:						
<i>зачет</i>	-	-	-			
<i>экзамен</i>	36	54	36			
Самостоятельная работа обучающихся						
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	120	102	44			
В том числе:						
<i>проработка учебного (теоретического) материала</i>						
<i>выполнение индивидуальных заданий</i>						
<i>подготовка ко всем видам контрольных испытаний текущего контроля успеваемости (в течение семестра)</i>						
<i>подготовка ко всем видам контрольных испытаний</i>						

<i>промежуточной аттестации (по окончании семестра)</i>						
Всего (часы):	252	252	144			
Всего (зачетные единицы):	7	7	4			

*Примерные нормы времени на выполнение студентами
внеаудиторной самостоятельной работы*

<i>Вид самостоятельной работы</i>	<i>Единица измерения</i>	<i>Норма времени, ак. ч</i>
1. Выполнение:		
– курсового проекта	<i>1 проект</i>	<i>45-50</i>
– курсовой работы	<i>1 работа</i>	<i>25-35</i>
– домашнего задания	<i>1 задание</i>	<i>3-10</i>
2. Решение отдельных задач	<i>1 задача</i>	<i>0,5</i>
3. Проработка		
– конспекта лекций	<i>1 п. л.</i>	<i>0,5-1</i>
– учебников, учебных пособий и обязательной литературы (материал излагается в лекциях)	<i>1 п. л.</i>	<i>3-4</i>
– учебников, учебных пособий и обязательной литературы (материал не излагается на лекциях)	<i>1 п. л.</i>	<i>3-4</i>
– специальной методической литературы	<i>1 п. л.</i>	<i>5-15</i>
4. Изучение первоисточников:		
– с составлением плана	<i>1 п. л.</i>	<i>1-2</i>
– с составлением конспекта	<i>1 п. л.</i>	<i>4-5</i>
5. Написание реферата	<i>1 реферат</i>	<i>10-15</i>
6. Составление обзора литературы	<i>обзор, 1 п. л.</i>	<i>15-20</i>
7. Подготовка:		
– к семинарским занятиям,	<i>1 занятие</i>	<i>2-2,5</i>
– к выполнению лабораторной работы, оформлению отчета	<i>4-х часовая аудиторная работа</i>	<i>1-2 самостоятельной работы</i>
– к коллоквиуму	<i>1 коллоквиум</i>	<i>5-7</i>
– к контрольной работе	<i>1 работа</i>	<i>2-3</i>
8. Перевод текста с иностранного языка	<i>1000 знаков</i>	<i>1-2</i>

Примечание – 1 п. л. соответствует в среднем 16 страницам учебника (учебного пособия) обычного формата или 40 000 знаков.

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Виды учебной работы в часах									
		Очная форма обучения					Заочная форма обучения				
		Лек	Пр	Лаб	Внеауд	СРО	Лек	Пр	Лаб	Внеауд	СРО
1.	Элементы теории функций комплексного переменного	2	4			4					
2.	Пределы последовательностей и функций	12	10			4					
3.	Дифференциальное исчисление	20	20			4					
4.	Интегральное исчисление	8	8			10					
5.	Интегральное исчисление (Определенные интегралы и их приложения)	20	20			34					
6.	Функции нескольких переменных	12	12			30					
7.	Числовые и функциональные ряды	10	10			30					
8.	Элементы функций комплексного переменного	2	2			30					
9.	Интегралы, зависящие от параметра.	4	4			30					
10.	Кратные интегралы	14	14			30					
11.	Криволинейные и поверхностные интегралы	16	16			30					
12.	Векторный анализ	8	8			30					
	Всего:	128	128			266					

Прим.: Лек – лекции, Пр – практические занятия / семинары, Лаб – лабораторные занятия, Внеауд – внеаудиторная работа, СРО – самостоятельная работа обучающихся

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Элементы теории функций комплексной переменной[1,5,8]	
1.1.	Комплексные числа.	Комплексные числа. Арифметика комплексных чисел. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел. <i>Литература: 1,5,8</i>
1.2.	Элементарные функции комплексного переменного	Элементарные функции комплексного переменного: возведение в целую степень и извлечение корня. <i>Литература: 1,5,8</i>
2.	Пределы последовательностей и функций.	
2.1.	Элементы теории действительных чисел.	Элементы теории действительных чисел. Свойства действительных чисел. Теорема о существовании верхней (нижней) грани. <i>Литература: 1,5,8</i>
2.2	Пределы числовых последовательностей	Пределы числовых последовательностей. Числовая последовательность, предел последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей. Свойства сходящихся последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число e . Лемма о вложенных отрезках. Подпоследовательности: частичные пределы, предельные точки, верхний и нижний пределы. Принцип вложенных отрезков. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши. <i>Литература: 1,5,8</i>
2.3.	Пределы функций. Непрерывность функции в точке и на отрезке.	Понятие функции. Область определения и множество значений функции. Сложная функция и обратная функция. График функции. Предел функции. Два определения предела, их эквивалентность. Свойства функций, имеющих пределы. Расширение понятия предела: односторонние пределы, бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно большие и бесконечно малые функции. Шкала сравнений. O - и o -символика. Свойства функций, непрерывных в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность основных элементарных функций.

		Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса и Кантора. <i>Литература: 1,5,8</i>
13.	Дифференциальное исчисление	
3.1	Производная и дифференциал функции	Понятие производной, её механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику. Дифференцируемость, дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Правила дифференцирования суммы, произведения, частного. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Инвариантность формы 1 дифференциала. Производные и дифференциалы старших порядков. <i>Литература: 1,5,8</i>
3.2	Основные теоремы дифференциального исчисления	Теоремы Ферма, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталья. <i>Литература: 1,5,8</i>
3.3	Формула Тейлора	Формула Тейлора. Формулы Тейлора с остаточные членами в формах Лагранжа и Пеано. Основные разложения (формулы Маклорена) <i>Литература: 1,5,8</i>
3.4	Применение дифференциального исчисления	Применение дифференциального исчисления. Исследование функций: монотонность, экстремумы, выпуклость графика, приближённые вычисления, построение графиков. <i>Литература: 1,5,8</i>
4.	Интегральное исчисление	
4.1.	Неопределённый интеграл.	Первообразная функции. Неопределённый интеграл. Теорема о первообразных. Определение неопределенного интеграла и его простейшие свойства. Замена переменных. Интегрирование по частям. <i>Литература: 1,5,8</i>
4.2.	Методы интегрирования	Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических и иррациональных выражений. Алгебраические многочлены и рациональные функции (дроби). Разложение дроби в сумму простейших. Методы нахождения неопределенных коэффициентов. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических и иррациональных выражений. Подстановки Эйлера. Биномиальные дифференциалы. <i>Литература: 1,5,8</i>
4.3	Интегральное исчисление	Интегральная сумма, ее предел, определение интеграла Римана. Неинтегрируемость

	(определенные интегралы и их приложения)	неограниченной функции. Суммы Дарбу и их свойства. Интеграл Дарбу. Критерий интегрируемости. Основные классы интегрируемых функций. Основные свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность как функции множества. Свойства, выраженные неравенствами. Теоремы о среднем. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и следствия из неё. <i>Литература: 1,5,8</i>
4.4	Приложения определенных интегралов.	Длина кривой. Кривые: простые кривые, гладкие кривые. Спряжляемость. Длина дуги. Формулы для нахождения длины. Дифференциал дуги. Векторное уравнение кривой. Кривизна. Площадь плоской фигуры. Понятие квадратуемости. Площадь. Свойства площади. Площадь криволинейной трапеции. Объём тела. Объём тела вращения. Другие геометрические и физические приложения определённых интегралов. <i>Литература: 1,5,8</i>
4.5	Несобственные интегралы	Определение, критерий сходимости. Простейшие свойства несобственных интегралов. Сходимость и абсолютная сходимость. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Признаки сходимости. Сходимость абсолютная и условная. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов. <i>Литература: 1,5,8</i>
5.	Функции нескольких переменных .	
5.1.	Предел и непрерывность функций нескольких переменных	Множества точек в метрическом пространстве: открытость, ограниченность, связность, внутренние точки, предельные точки, граница. Последовательности точек в конечномерном пространстве и их свойства. Основные свойства непрерывных функций нескольких переменных. <i>Литература: 1,6,8</i>
5.2.	Частные производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	Дифференцируемость. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Достаточные условия дифференцируемости. <i>Литература: 1,6,8</i>
5.3	Частные производные и дифференциалы высших порядков.	Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Локальный экстремум функций нескольких переменных. Необходимые условия. Достаточные

		условия. <i>Литература: 1,6,8</i>
5.4	Неявная функция. Условный экстремум.	Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Вычисление производных неявной функции. Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений. Матрицы Якоби, якобианы, их свойства. Зависимость функций. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия. <i>Литература: 1,6,8</i>
6.	Числовые и функциональные ряды	
6.1.	Числовые и функциональные ряды и последовательности	Числовой ряд, сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши. Сходимость и абсолютная сходимость. Знакопостоянные ряды, критерий сходимости. Признаки сходимости: признак сравнения, признаки Коши и Даламбера, интегральный признак Коши. Условная сходимость. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, признаки Дирихле и Абеля. Свойства абсолютно сходящихся и условно сходящихся рядов. Поточечная и равномерная сходимости. Критерии и признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы равномерно сходящегося ряда. <i>Литература: 1,5,8</i>
6.2.	Степенные ряды.	Круг (интервал) сходимости. Формулы Коши-Адамара и Даламбера для радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора, теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для известных функций: вид, область сходимости. <i>Литература: 1,5,8</i>
6.3	Ряды Фурье.	Тригонометрическая ортогональная система функций, ряд Фурье, теоремы о коэффициентах ряда и условиях сходимости ряда Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. <i>Литература: 1,5,8</i>
7.	Интегралы, зависящие от параметра.	
7.1.	Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра.	Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Зависимость пределов интегрирования от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Понятие равномерной сходимости. Непрерывность,

		интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. <i>Литература: 1,5,8</i>
7.2.	Интегралы Эйлера. Интеграл Фурье.	Интегралы Эйлера. Интеграл Фурье. Гамма-функция и Бета-функция. Основные свойства Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. <i>Литература: 1,5,8</i>
8.	Кратные интегралы.	
8.1.	Понятие двойного и тройного интеграла.	Мера плоских фигур. Свойства измеримых фигур и примеры измеримых фигур. Объёмы цилиндрических тел. Понятие двойного и тройного интеграла. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного и тройного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному интегралу. <i>Литература: 1,5,8</i>
8.2.	Замена переменных в двойном и тройном интеграле. Приложения	Замена переменных в двойном и тройном интеграле. Якобиан. Полярная система координат. Сферическая и цилиндрическая системы координат. Физические и геометрические приложения двойного и тройного интеграла. Понятие о многомерных интегралах. <i>Литература: 1,5,8</i>
9.	Криволинейные и поверхностные интегралы.	
9.1.	Криволинейные интегралы.	Криволинейные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства, применение. Криволинейные интегралы 2-ого рода. Формула Грина. Вычисление площади. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. <i>Литература: 1,5,8</i>
9.2.	Поверхностные интегралы.	Площадь поверхности. Поверхностные интегралы 1-ого рода. Поверхностные интегралы 2-ого рода. Вычисление и свойства. Формула Остроградского. Формула Стокса. <i>Литература: 1,5,8</i>
10.	Элементы векторного анализа.	
10.1.	Скалярные и векторные поля.	Градиент скалярного поля. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. <i>Литература: 1,5,8</i>
10.2.	Дифференциальные операции второго порядка.	Дифференциальные операции второго порядка. Основные дифференциальные операции теории поля в ортогональных криволинейных координатах. Запись основных формул в цилиндрических и сферических координатах. <i>Литература: 1,5,8</i>

Практические/семинарские занятия

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1. Элементы функций комплексной переменной		
1.1.	Арифметика комплексных чисел.	Комплексные числа. Арифметика комплексных чисел. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел.
1.2.	Элементарные функции комплексного переменного.	Элементарные функции комплексного переменного: возведение в целую степень и извлечение корня
2. Пределы последовательностей и функций		
2.1.	Элементы теории действительных чисел.	Графики основных элементарных функций. Методы построения графиков функций.
2.2.	Пределы числовых последовательностей.	Предел последовательности, вычисление пределов последовательностей (методы раскрытия неопределенностей)
2.3.	Пределы функций. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на отрезке	Предел функции, основные методы вычисления пределов функций (раскрытие неопределенностей, замечательные пределы, эквивалентные бесконечно малые). Непрерывность функции в точки. Классификация точек разрыва. Применение теорем о функции непрерывной на отрезке.
3. Дифференциальное исчисление		
3.1.	Производная и дифференциал функции.	Вычисление производная и дифференциала. Приложения: приближенные вычисления, уравнения касательной и нормали. Дифференцирование неявно заданной, обратной, параметрически заданной функции. Повторное дифференцирование.
3.2.	Основные теоремы дифференциального исчисления.	Исследование функций. Монотонность, выпуклость, вогнутость, экстремумы, точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
3.3	Применение дифференциального исчисления.	Построение графика функции с полным исследованием. Правило Лопитала, формула Тейлора.
4. Интегральное исчисление		
4.1.	Первообразная функции. Неопределённый интеграл	Неопределенный интеграл. Простейшие методы интегрирования: табличные интегралы, формула замены переменной и интегрирование по частям.
4.2.	Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических и иррациональных выражений.	Основные приёмы и методы вычисления неопределенных интегралов. Интегрирование неправильной и правильной дроби (рациональной функции), основных типов тригонометрических и иррациональных выражений (интегрирование дифференциального бинома, тригонометрические подстановки и пр.)
5. Интегральное исчисление (определенные интегралы и их приложения)		
5.1.	Определённый интеграл Римана.	Вычисление определенных интегралов(формула Ньютона-Лейбница, замена переменных, интегрирование по частям)

5.2.	Приложения определенных интегралов.	Вычисление с помощью определенных интегралов площади фигуры, длины кривой, объема тела (методом сечений и объем тела вращения), площадь поверхности вращения.
5.3	Несобственные интегралы.	Вычисление несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сходимости несобственных интегралов.
6.	Функции нескольких переменных.	
6.1.	Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	Вычисление пределов и исследование на непрерывность функций нескольких переменных.
6.2.	Частные производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Вычисление частных производных, дифференциалов, дифференцирование сложной, неявно заданной функции.
6.3	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Локальный экстремум функций нескольких переменных.	Повторное дифференцирование. Вычисление дифференциалов и производных высших порядков. Разложение функции по формуле Тейлора. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.
6.4	Неявная функция. Условный экстремум.	Нахождение частных производных функции, заданной неявно. Нахождение условных экстремумов функции(метод исключения неизвестных, метод Лагранжа)
7.	Числовые и функциональные ряды	
7.1.	Числовые ряды. Функциональные ряды и последовательности.	Сходимость числового ряда, нахождение суммы ряда, признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Исследование сходимости знакопеременных рядов(абсолютная, условная сходимость).Нахождение области сходимости функциональных рядов.
7.2.	Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Нахождение радиуса сходимости и области сходимости степенного ряда, вычисление суммы ряда с помощью дифференцирования и интегрирования. Разложение функции в ряд Тейлора.
7.3	Ряды Фурье.	Разложение функций в ряд Фурье, ряды для четных и нечетных функций.
8.	Интегралы, зависящие от параметра	
8.1	Интегралы, зависящие от параметра	Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость. Равномерная сходимость. Предельный переход, дифференцирование под знаком интеграла №3711-3840 [7]
8.2.	Интегралы Эйлера	Интегралы Эйлера. Гамма и Бета функции. №3841-3880 [7]
8.3	Интеграл Фурье.	Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. №3881-3900 [7]
9. Практика кратного интегрирования		
9.1.	Кратное интегрирование	Практика кратного интегрирования. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения. №3901-4160 [7], гл.7 [4]
9.2.	Приложения кратных	Приложения кратных интегралов к вычислению объемов,

	интегралов	координат центра масс, моментов и т.п. [7]
10. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы векторного анализа.		
10.1	Криволинейные и поверхностные интегралы	Криволинейные интегралы первого и второго рода. Прикладные задачи. Поверхностные интегралы 1- го и 2- го рода. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Прикладные задачи. №4221-4366 [7], гл.8 [4]
10.2	Основные дифференциальные операции	Основные дифференциальные операции и их свойства в декартовых координатах. Поток и циркуляция векторного поля. Формулы Грина, Остроградского, Стокса. Потенциальные и соленоидальные поля. Прикладные задачи. №4367-4400 [7]

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Основная литература - учебники и пособия 4, 7 - 10

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 1 семестр			
1.	Элементы теории функций комплексного переменного.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/1
2.	Пределы последовательностей и функций.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/1 Коллоквиум
3	Дифференциальное исчисление.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа № 2/1
Промежуточный контроль, 1 семестр			
	зачет/экзамен	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Экзаменационный билет
Текущий контроль, 2 семестр			
1.	Интегральное исчисление (определенный и неопределенный интеграл)	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/2 ИДЗ «Интеграл»
2.	Функции нескольких переменных.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №2/2
3.	Числовые и функциональные ряды.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №3/2 ИДЗ «Ряды»
Промежуточный контроль, 2 семестр			
	зачет/экзамен	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Экзаменационный билет

Текущий контроль, 3 семестр			
1.	Интегралы, зависящие от параметра	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/3
2.	Кратные интегралы	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №2/3 ИДЗ №1
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №3/3 ИДЗ №2
4.	Элементы векторного анализа.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №3/3 ИДЗ №2
Промежуточный контроль, 3 семестр			
	экзамен	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Экзаменационный билет

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

6.2.1. Экзамен или зачет

а) типовые вопросы (задания):

Вопросы к экзамену 1 семестр

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация
2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.
4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.
7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "е".
8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).
9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
10. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).
14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.
16. Первый замечательный предел и его следствия.
17. Второй замечательный предел и его следствия.
18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.
19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции. o - и O - символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.
22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.
24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.
26. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.
27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.

30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.
31. Производные высших порядков. Таблица n -ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.
32. Дифференциал n -ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.
33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.
34. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений Лагранжа.
35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
36. Правило Лопиталю. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталю.
37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.
39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).
40. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.
48. Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.
49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределённых коэффициентов.
50. Интегрирование тригонометрических выражений.
51. Интегрирование иррациональных выражений.

Вопросы к экзамену 2 семестр

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.
2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла,

связанные с операциями над функциями.

3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.
4. Теоремы о среднем.
5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.
6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.
7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.
8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадратуемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.
9. Объём тела (клеточное тело, кубатуемое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.
10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).
11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.
12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.
15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.
16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).
17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство R^n).
18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.
19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.
20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.
21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Правила дифференцирования.
27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл

- производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
 29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.
 30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.
 31. Производные высших порядков. Таблица n -ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.
 32. Дифференциал n -ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.
 33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.
 34. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений Лагранжа.
 35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
 36. Правило Лопиталья. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталья.
 37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
 38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.
 39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).
 40. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
 41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
 42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
 43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
 44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
 45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
 47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.
 48. Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.
 49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределённых коэффициентов.
 50. Интегрирование тригонометрических выражений.

51. Интегрирование иррациональных выражений

Вопросы к экзамену 3 семестр

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Формулировки теорем.
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса.
3. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Формулировки теорем.
4. Интегралы Эйлера (Гамма-функция и Бета-функция). Основные свойства.
5. Понятие двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов с помощью двукратного простого интегрирования. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.
6. Определение и основные свойства тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Сведение тройного интеграла к повторному. Приложения тройного интеграла.
7. Криволинейные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства.
8. Криволинейные интегралы 2-ого рода. Вычисление, свойства.
9. Формула Грина. Вычисление площади.
10. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
11. Поверхностные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства,
12. Поверхностные интегралы 2-ого рода. Вычисление, свойства,
13. Формула Остроградского.
14. Формула Стокса.
15. Основные дифференциальные операции и их свойства.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студенту предлагается ответить на два теоретических вопроса и решить две задачи. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

в) описание шкалы оценивания:

Ответ студента на экзамене согласно рейтинговой системе оценивается в интервале 20–40 баллов. Студенту ставится 31-40 баллов за ответ на экзамене, если он дал ответы на оба вопроса и решил обе задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл). Студенту ставится 21-30 баллов за ответ, если ответил на оба вопроса билета, но есть значительный недочет (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решена хотя бы одна задача. Для сдачи экзамена необходимо набрать суммарно не менее 60 баллов.

6.2.2. Рейтинговая контрольная работа № 1/1 «Пределы»

а) образец:

Вариант 0.

1. Построить график функции $f(x) = 1 - \sqrt[3]{4-x}$ (2 балла).
2. Вычислить $\frac{(3-2i)}{(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})} + 2i - 3$ (2 балла).
3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-1+i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+5} - \sqrt{n^2+3n+1}}{\sqrt{4n^4+2} + \sqrt[4]{n^3+1}}$ (2 балла).
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^3 + 8}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 4} - \sqrt{x^2 + 2x - 1})$ (2 балла).
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos 2x}$ (3 балла).
8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n + (-3)^n}{3^{n-1} + 7^{n+1}}$ (3 балла).

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 5 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: в варианте указана стоимость каждой задачи в баллах.

6.2.3. Коллоквиум.

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант № 0

1. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
2. Порядок бесконечно малой $\alpha(x)$ относительно $(x-a)$ при $x \rightarrow a$ (опр.). Найти порядок б.м. $\alpha(x) = \ln(1+x^3) - x^{10}$ при $x \rightarrow 0$.
3. При каких значениях a будет непрерывна функция $y(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-2}{\sqrt{x+3}-3}, & x \neq 6 \\ a, & x = 6 \end{cases}$
4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{1}{1-2^{1-x}}$
5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Коллоквиум сдан, если ответ оценен 12 баллов и выше (обязателен ответ на теоретический вопрос № 1 или на вопрос теории с применением № 2)

в) описание шкалы оценивания:

Коллоквиум оценивается в 20 баллов: каждое из 5 заданий - по 4 балла.

6.2.4. Рейтинговая контрольная работа № 2/1 «Производные»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 0.

1. Найти производную y'_x

$$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases} . \quad (2 \text{ балла}).$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке x_0

$$y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt[4]{x}}{3}, \quad x_0 = 1 . \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}, \quad x = 1.58 . \quad (3 \text{ балла}).$$

4. Найти производную $y = (x^2 - 1)^{\sin x}$. (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции $y = \sin^2 x$ при $x_0 = 0$ до членов 2-го порядка включительно (3балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья или формулы Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$ (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график $y = e^{-x^2}$ (3 балла).

б) критерии оценивания компетенций (результатов): контрольная считается выполненной, если правильно решены 5 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 2/1 оценивается в 20 баллов: первая задача – 2 балла, а остальные шесть задач – по 3 балла.

6.2.5. Рейтинговая контрольная работа 2/1 «Интегралы»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант №0.

Найти интегралы: 1. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x-1} dx$ (2 балла); 2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ (2 балла);

3. $\int \frac{(x^3 + 2)dx}{(x^3 - x^2)}$ (3 балла); 4. $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$ (2 балла); 5. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$ (2 балла).

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x = 2$ и осью Ox (3 балла);

7. Найти длину дуги кривой: $y = chx + 5, 0 \leq x \leq 1$ (3 балла).
8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x} \cdot e^x, y = 0, x = 1$ (3 балла)

б) критерии оценивания компетенций (результатов): контрольная считается выполненной, если правильно решены 6 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1/2 “Интегралы” оценивается в 20 баллов: задачи 1, 2, 4 и 5 оцениваются по 2 балла, а остальные задачи – по 3 балла.

6.2.6. Рейтинговая контрольная работа 2/2 «Функции нескольких переменных»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант №0

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y+1}\right)$.
2. (2 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $x + y^2z = 5$ в точке (1,2,1).
3. (2 балла) Найти производную функции $f(x, y, z) = y^2 + e^{x-y} + e^{z-2x}$ в точке (1,1,2) по направлению $\vec{v} = (1, -2, 2)$.
4. (2 балла) Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = 3x - 2xy + y^2 - 2x - 2y$.
5. (2 балла) Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = x - 2y + \ln\sqrt{x^2 + y^2} - 3\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$
6. (2 балла) Найти экстремум функции xy^2z^3 при условии $x + 2y + 3z = 0$ ($x > 0, y > 0, z > 0$)
7. (2 балла) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $xz - e^y + x^3 + y^3 = 0$.
8. (2 балла) Функцию $x^2 + y^3 - x^2y + x + y - 1$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,2).

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены 6 задач (получено 11 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 2/2 “Функции нескольких переменных” оценивается в 15 баллов: задача 1 оценивается в 1 балл, а остальные задачи – по 2 балла.

6.2.7. Рейтинговая контрольная работа 3/2 Ряды.

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант №0.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n\sqrt{n+1}}$.
2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n(n+1)!}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)5^n} (x-3)^n$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\ln(1-x-6x^2)$.

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная считается выполненной, если правильно решены 6 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 3/2 “Ряды” оценивается в 15 баллов. Задача 3 оценивается в 3 балла, остальное – в 2 балла.

6.2.8. Рейтинговая контрольная работа № 1/3 «Интегралы, зависящие от параметра»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант №0.

1. Найти производную по параметру α функции

$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\alpha^2} \frac{dx}{1+\alpha^2 x^4}$$

2. Исследовать на равномерную сходимость интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \operatorname{arctg} \beta x}{x^4 + 1} dx \quad (5 \leq \beta < \infty)$$

3. Вычислить с помощью дифференцирования по параметру интеграл

$$\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx \quad (a > 0, b > 0)$$

4. Вычислить с помощью бета-функции интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$$

5. Представить интегралом Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & |x| \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 9 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 15 баллами: каждое из пяти заданий оценивается в 3 балла.

6.2.9. Рейтинговая контрольная работа № 2/3 «Кратное интегрирование»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант №0

1. Вычислить интеграл $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1$, $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D \frac{1}{(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8})^2} dx dy dz$ по области D , ограниченной

поверхностями $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x$.

4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D x dx dy$ по области D ,

заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 2$, $y \leq x \leq xy^2$

5. Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной кривыми $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x=0, y=0$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: каждое из пяти заданий оценивается в 4 балла.

6.2.10. Рейтинговая контрольная работа № 3/3 «Векторный анализ»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

1. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{dx - 3dy}{z} + \frac{3y - x + z^3}{z^2} dz$.

2. Вычислить $\iint_S x^2 y^2 z dx dy$, где S - положительная сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

3. Найти работу поля $a = i \cdot e^{y-z} + j e^{z-x} + k e^{x-y}$ вдоль прямолинейного отрезка между точками $O(0,0,0)$ и $M(1,3,5)$.

4. Найти поток вектора $A(P) = yz \cdot i + xz \cdot j + xy \cdot k$ через боковую поверхность пирамиды с вершиной в точке $S(0,0,2)$, основанием которой служит треугольник с вершинами $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$.

5. Найти циркуляцию векторного поля $a = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура Γ

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9(z > 0). \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 9 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 15 баллами: каждое из пяти заданий оценивается в 3 балла.

6.2.11. Индивидуальное домашнее задание «Интегралы»

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.**

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «Интегралы». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное индивидуальное задание «*Интегралы*» оценивается в 5 баллов.

6.2.12. Индивидуальное домашнее задание «Ряды»

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.** Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «Ряды».

Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное индивидуальное задание «*Ряды*» оценивается в 5 баллов.

6.2.13. Индивидуальное домашнее задание №1 «Кратные интегралы»

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.**

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «Кратные интегралы». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное индивидуальное задание «*Кратные интегралы*» оценивается в 5 баллов.

6.2.14. Индивидуальное домашнее задание №2 «Векторный анализ»

а) Задания студенты получают из сборника Кузнецов Л.А. **Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.**

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «*Векторный анализ*». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное задание ИДЗ «*Векторный анализ*» оценивается в 5 баллов.

Выполненные индивидуальные задания – необходимое условие допуска к экзамену.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

1 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	23	40
	Контрольная № 1/1	12	20

	Коллоквиум	11	20
	Контрольная точка № 2	12	20
	Контрольная № 2/1	12	20
Промежуточный	Зачет/Экзамен		
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

2 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	22	40
	Контрольная № 1/2	12	20
	Контрольная № 2/2	9	15
	ИДЗ «Интегралы»	1	5
	Контрольная точка № 2	13	20
	Контрольная № 2/2	12	15
	ИДЗ «Ряды»	1	5
Промежуточный	Зачет/Экзамен	25	40
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

3 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	24	40
	Контрольная работа №1	9	15
	Контрольная работа №2	12	20
	ИДЗ №1	3	5
	Контрольная точка № 2	11	20
	Контрольная работа №3	9	15
	ИДЗ №2	2	5
Промежуточный	Экзамен	25	40
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

Бонусы: поощрительные баллы студент получает к своему рейтингу в конце семестра за активную и регулярную работу на занятиях, за победы в студенческих олимпиадах по данной дисциплине. По Положению бонус (премиальные баллы) не может превышать **5 баллов**.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений практического использования знаний (например, применять теоретические знания в решении задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития

творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Физматлит, 2008 ч.1 -300экз.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Физматлит, 2006, ч.2. – 140экз.
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие/ Г.Н. Берман. - 22-е изд., перераб. -СПб.: Профессия, 2007.-432 с. 250 экз.
4. Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике. СПб.: «Лань», 2005г- 400экз.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2006 т.1.- 65экз
6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2006, т.2. -70экз
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: АСТ Астрель, 2007 г. – 300экз. - 13-е изд., испр. - М. : Сервисная компания, 2014. - 624 с. - 50 экз.

б) дополнительная учебная литература:

1. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М: Наука, 2002- 50экз.
2. А. П. Буланов, Конспект лекций по курсу «Математический анализ», Обнинск: ИАТЭ, 1991 г.
3. В.И. Смирнов, Курс высшей математики. Т.1 –М.,:Наука, 1967; Т.2 – М.:Наука, 1967; Т.3 – М.:Наука, 1969
4. И. Архипов Лекции по математическому анализу. – М.:Высшая школа, 2000.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

1. www.library.mephi.ru , www.e.landbook.ru
2. www.eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm. EqWorld - мир математических уравнений. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека.
3. www.mathhelpplanet.com/ Математический форум Math Help Planet
4. www.iqlib.ru Электронная библиотека IQLb образовательных и просветительских изданий. Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекции. При изучении дисциплины необходимо конспектировать лекции, кратко записывая основные определения, формулировки теорем и основные пункты их

доказательств. Для понимания материала лекций и его качественного усвоения рекомендуется за день до следующей лекции прочитать и повторить материал по конспекту. В случае возникших вопросов изучить теоретический материал по учебнику либо получить консультацию у преподавателя. Желательно дополнительно прочитывать материал по рекомендованным учебникам. Особое внимание следует обратить на темы «Векторы», «Прямая и плоскость», «Матрицы и системы линейных уравнений», «Линейные операторы», «Собственные значения и векторы».

Практические занятия. При подготовке к практическим занятиям надо прочитать теоретический материал по теме и просмотреть материалы предыдущего семинара и только потом приступать к выполнению домашнего задания. На практических занятиях активно участвовать в работе группы, в случае невыполнения отдельных заданий задавать вопросы преподавателю. Важное значение имеет своевременное выполнение индивидуальных домашних заданий. Типовые задачи индивидуального домашнего задания разбираются на практических занятиях. Необходимо тщательно разобраться и выполнить свое аналогичное задание в установленный преподавателем срок. Выполненное индивидуальное задание – необходимое условие допуска к экзамену.

Контрольная работа. При подготовке к контрольной, коллоквиуму необходимо повторить теоретический материал по лекциям и учебникам, просмотреть типичные задачи по теме, которые решались на занятиях и в домашних заданиях, решить несколько задач по теме из сборника индивидуальных заданий.

Экзамен. При подготовке к экзамену необходимо изучить теоретический материал, который выносится на экзамен, по конспекту лекций. Для лучшего понимания или в случае возникновения вопросов обратиться к рекомендуемым учебникам или Интернет-ресурсам. На консультациях активно выяснять возникшие вопросы. Экзамен является итоговой аттестацией по предмету за семестр, поэтому он требует систематизации всего лекционного и практического материала. Для успешной сдачи экзамена требуется систематическая работа в семестре, активная самостоятельная работа с учебниками или Интернет-ресурсами. Совершенно необходимо для подготовки к экзамену вдумчиво и внимательно выполнить индивидуальное домашнее задание. Задачи по типу этого задания часто встречаются на экзамене.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

10.1. Перечень информационных технологий

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория достаточной вместимости для потока (лекция) или группы (семинары), проектор и ноутбук. Доска и мел.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

№ пп	Наименование темы дисциплины	Вид занятий (лекция, семинары, практические занятия)	Количество ак. ч.	Наименование активных и интерактивных форм проведения занятий
1	Пределы, дифференцирование	Лекции, семинары	85	1. проверка правильности выполнения домашнего задания 2. систематизация учебного материала 3. решение и разбор задач. 4. мозговой штурм 5. сдача коллоквиума
2	Интегрирование, Функции нескольких переменных, ряды	Лекции, семинары	85	1. проверка правильности выполнения домашнего задания 2. систематизация учебного материала 3. решение и разбор задач. 4. мозговой штурм 5. защита идз
3	Интегралы, зависящие от параметра	Лекции, семинары	16	1. проверка правильности выполнения домашнего задания 2. систематизация учебного материала 3. решение и разбор задач. 4. мозговой штурм
4	Кратные интегралы	Лекции, семинары	18	1. проверка правильности выполнения домашнего задания 2. систематизация учебного материала 3. решение и разбор задач. 4. мозговой штурм 5. защита идз
5	Криволинейные и поверхностные интегралы	Лекции, семинары	18	1. проверка правильности выполнения домашнего задания 2. систематизация учебного материала 3. решение и разбор задач. 4. мозговой штурм 5. защита идз
6	Векторный анализ	Лекции, семинары	16	1. проверка правильности выполнения домашнего задания 2. систематизация учебного материала 3. решение и разбор задач. 4. мозговой штурм 5. защита идз

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)

1 семестр

Тема: Графики (Построение графиков функций с полным исследованием)

Вопросы:

1. Наибольшее значение функции, непрерывной на отрезке.
2. Выпуклость (вверх и вниз) графика функции. Достаточные условия выпуклости.
3. Точки перегиба графика функции. Необходимые и достаточные условия перегиба.
4. Исследование функции на экстремум с помощью высших производных.
5. Асимптоты.

Задания для самопроверки: раздел 3 “Графики” ([4], Кузнецов Л.А.), задачи 1-10.

2 семестр.

Тема: Интегрирование некоторых рациональных функций (метод Остроградского)

Теория- [10] (Королева Л.А.), §8, практика -№ 1891-1920 [7] (Демидович Б.П.):

Типовые задания для самопроверки:

$$1. \int \frac{dx}{(x^3 + 8)^2}$$

$$2. \int \frac{x^2 + 3x - 2}{(x-1)(x^2 + x + 1)^2} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{(x^4 - 4)^3}$$

$$4. \int \frac{5x^2 - x - 1}{x^3(x-1)^2} dx$$

Тема: Ряды Фурье.

Типовые задания для самопроверки:

1. Разложить в ряд Фурье функцию, равную -1 в интервале $(-\pi, 0)$ и 1 в интервале $(0, \pi)$.
2. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ в интервале $(0, \pi)$.
3. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ в интервале $(0, \pi)$.
4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^2$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
5. Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^2$ в интервале $(0, 2\pi)$.
6. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $y = x^2$ в интервале $(0, \pi)$.
7. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |x|$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
8. Разложить в ряд Фурье функцию, равную 1 в интервале $(-\pi, 0)$ и 3 в интервале $(0, \pi)$.

12.3. Краткий терминологический словарь

Асимптота, бесконечно большая величина, бесконечно малая величина, верхняя (нижняя) грань множества, градиент функции, график функции, дифференциал, дифференциальный бином, граница множества, инвариантность, индукция математическая, интеграл (несобственный, сходящийся, неопределенный, определенный), интеграл Дарбу, интегральная сумма, иррациональное число, касательная прямая и плоскость квадратуемые и кубические множества, компакт, кривая (гладкая, спрямляемая, кусочно-гладкая), кривизна, монотонность функции и последовательности, непрерывность, норма, нормаль,

область (определения функции), окрестность (проколота), оператор, остаток ряда, отображение, первообразная, последовательность и подпоследовательность, предел, производная, полином, поле (действительных, комплексных) чисел, признак (сходимости, сравнения), принцип вложенных отрезков, прообраз, равномерная непрерывность, радиус сходимости, разрыв (устранимый, неустранимый), ряд, сумма ряда, сумма Дарбу, точка (максимума, минимума, экстремума, разрыва), функция, экстремум.